Prüfungsprotokoll

15. Mai 2008

Prüfung: Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik
Prüfer: Eberle
Beisitzer: keine Ahnung
Dauer: 40 Minuten
Note: 1.0

Ich konnte mir ein Thema aussuchen, mit dem ich beginnen wollte. Ich wählte **Große Abweichungen**. Zuerst habe ich den Satz von Chernoff zitiert und bewiesen. Als ich dann zu Cramér übergehen wollte, fragte Herr Eberle noch nach, wie die Ratenfunktion I(a) denn für bestimmte Verteilungen aussieht. Ich erwähnte, dass für a=m die Ratenfunktion 0 ist und habe aus meinem Hinterkopf rausgekramt, dass sie bei der Normalverteilung quadratisch ist. Dann hat er noch gefragt, wie es bei einer Verteilung mit Heavy Tails, also z.B. der Cauchy-Verteilung aussieht. Da $E[e^{tX}] = \infty \forall t \neq 0$, gilt $I(a) = 0 \forall t \neq 0$. Hierauf kam ich erst nach einiger Zeit und nur mit Hilfe. Danach ging ich zu Cramér über. Ich habe den Satz mit allen Bedingungen zitiert und angefangen zu Beweisen. Maßwechsel zu Maß unter dem Abweichungen wahrscheinlich sind, ZGS, importance sampling. Hier hat Herr Eberle einen Schnitt gemacht und meinte, dass ich das ja könne und hat noch nach der Definition und Interpretation der relativen Entropie gefragt. Bei der Interpretation meinte ich was von mittlerem Informationsgewinn und das reichte. Dann wollte er noch wissen, wie die relative Entropie für nicht absolutstetige Maße aussieht. Das wusste ich nicht. Deswegen wurde ich gefragt, welchen Werte die relative Entropie annimmt. ≥ 0. Auch 0? Ja, wenn die Maße gleich sind. Dann kam die Suggestivfrage: „Die relative Entropie ist also für gleiche Maße 0, für absolutstetige größer 0, wie wird sie also sein für Maße die noch nichtmal absolutstetig sind?“ Unendlich!

Damit war das Thema Große Abweichungen erledigt und wir kamen zur **Brownschen Bewegung**. Diese habe ich definiert und sollte dann die Wiener-Lévy Konstruktion erklären. Ich schrieb hin: $B_t(w) = \sum_{k=0}^{\infty} Y_k(w) * e_k(t)$, wobei Y_k standardnormalverteilt sind und e_k eine ONB des Cameron-Martin Raumes ist. Dann wurde ich noch gefragt, in welchem Sinne (fast sicher) und welcher Norm (sup) die Konvergenz abläuft. Hierbei habe ich mehr geraten als etwas gewusst. Dann musste ich noch die Definition und das Skalarprodukt des Cameron-Martin Raumes aufschreiben und sagen, wie man fast sichere Konvergenz zeigt (stoch. Konv $\overset{B.C.}{\to}$ fast sichere Konvergenz entlang TF). Dann musste ich noch die Konstruktion der BB aus dem RW erklären und schrieb hin $S_t^N = S_k$ für k=tN und dazwischen linear interpoliert. Wobei $S_k = \sum_{n=1}^{k} X_n$ mit X_n iid $P[X_n = 1] = 0,5 = P[X_n = -1]$ Dann habe ich gesagt, dass Konvergenz für ein t, mehrere t und auch Pfadweise vorliegt.

Danach sollte ich noch dem **mehrdimensionalen ZGS** hinschreiben. Da ich den nicht im Kopf hatte, habe ich erst den eindimensionalen hingeschrieben und bin dann auf den mehrdimensionalen gekommen. Dann sollte ich den eindimensionalen noch kurz mündlich beweisen. Dabei sollte ich noch die Fragen beantworten, wann ist $\mathrm{N}(m_n, \sigma_n^2)$ straff? (gdw. m_n, σ_n beschränkt sind) Was läuft bei N(0,n) schief? (vage Konvergenz gegen Nullmaß aber keine schwache Konvergenz, Grenzfunktion der charakteristischen Funktionen nicht stetig bei 0). Danach sollte ich rausgehen und die Prüfung war vorbei.

Die **Prüfungsatmosphäre** war sehr angenehm und Herr Eberle ist als Prüfer sehr zu empfehlen. Ich fand meine Fragen zwar relativ schwer und konnte nicht immer direkt die richtige Antwort bringen. Das war aber nicht so schlimm, weil Herr Eberle durch wohlgestellte Fragen nachgeholfen hat.

Viel Glück bei euren Prüfungen!