Schön ist es auf der Welt zu sein,
Sagt die Biene zu dem Stachelschwein.
ROY BLACK, Songtext 1971

Protokoll: Vordiplomsprüfung Analysis I-III

Prüfer: Prof. Dr. JENS FRANKE
Beisitzer: unbekannt
Termin: 11.10.2006, 11:40 Uhr
Dauer: 30 Minuten
Note: 2,0

1. Anfangswertproblem $f' = \sin(f), f(0) = \pi/2$ - kein Problem mit Substitution $x=\tan(f/2)$
Frage: "Aufgrund welches Satzes: Existenz und Eindeutigkeit?"
Antwort: Folgt aus PICARD-LINDELÖF

2. RIEMANN'sche Integrierbarkeit. Ist Stetigkeit notwendig für R-Integrierbarkeit? (Bin nicht drauf gekommen: Nein, denn man kann einen einzelnen Punkt ändern…)

3. Über **Nullmengen** zu **LEBESGUE-Maßen**, wollte Definition hören, habe das aber nur grob skizzieren können - schien aber zu reichen.

4. Beweis: Grenzwert R-Integrierbarer Funktionen ist R-integrierbar oder **Hauptsatz der Analysis**
Hab Hauptsatz der Analysis genommen, Franke hat immer wieder auf Vorlesung verwiesen (Zitat: "Ich will Sie jetzt aber auch nicht verwirren…") – ich glaube schon! Also nicht verwirren lassen und einfach weitermachen...

5. Beweis: LIOUVILLE oder **Fundamentalsatz der Analysis**
Ich Idiot hab Fundamentalsatz genommen und bin steckengeblieben bei Beschränktheit von $1/f$, Holomorphie von f reicht nicht, irgendwas mit f Polynom in Richtung $f = O(x^n)$... ?

6. Beweis: Homotopieinvarianz oder **PICARD-LINDELÖF**.
Wollte erst Homotopieinvarianz, aber er hat KÖNIGSBERGER nicht gelten lassen, wollte ω ohne lokale Exaktheit. Hab dann auf PICARD-LINDELÖF gewechselt, das war auch kein Problem, allerdings hat er schon nach der 1. Zeile mich nicht mehr aufschreiben lassen, sondern abgefragt, insbesondere folgende Punkte:

> **a. BANACH'scher Fixpunktsatz** (+Def. Kontraktion, Fixpunkt)
> LIPSCHITZ-Stetigkeit führt zu Eindeutigkeit, Existenz sowieso... Dann wollte er noch die Abschätzung hören, also $(x,x^*) \leq (x,Tx)/(1-k)$
> **b.** Beweis auch bei **globaler** LIPSCHITZ-Stetigkeit, dann ohne "Zusammenstückeln" der Lösung. Dazu habe ich nur gemeint, dass man ja für die Kontraktion die Intervalllänge verkleinern muss, wenn die LIPSCHITZ-Konstante groß ist...

Na ja, er hat dann gemeint, am Anfang lief es ja sehr glatt, aber bei einigen Stellen seien doch Mängel, insbesondere bei R-Integrierbarkeit und diese Abschätzung beim Fundamentalsatz, deswegen hat er ein "gut" gegeben. Denke auch, dass es der Leistung entspricht, hätte im Nachhinein doch lieber Liouville beweisen sollen als Fundamentalsatz…

Euch also viel Spaß bei Euren Prüfungen – übrigens, das Zitat oben soll nur die kindliche Freude ausdrücken: Es ist vorbei! Nie wieder Analysis!

Harald G. Grohganz