# Volumenabschätzung konvexer Körper

Prof. Dr. Andreas Eberle
Seminar zur Stochastischen Analysis
Referent: Harald G. Grohganz

15. November 2007

## 1 Information

Die Folien sowie eine textgleiche Druckversion (mit allen Abbildungen) dieses Vortrags sind auch im Internet abrufbar unter:

*http://www.grohganz.de/stochastic.html*

## 2 Übersicht der auftretenden Formeln

Übergangswahrscheinlichkeiten bei raumkontinuierlichen (zeitdiskreten) Markovketten:

$$P(x,dy) = \frac{dy}{\mathrm{Vol}_n(B(x,\delta)\cap K)} \tag{1}$$

Krümmungsbedingung:

$$\forall\ x \in K\ \exists\ y \in K\ :\ x \in B(y,1) \subseteq K \tag{2}$$

Lokale Leitfähigkeit:

$$\ell(x) := \frac{\mathrm{Vol}_n\, B(x,\delta)\cap K}{\mathrm{Vol}_n\, B(x,\delta)} \tag{3}$$

Stationäre Verteilung des *ball walk*:

$$\mu(A) := \frac{\int_A \ell(x)dx}{\int_K \ell(x)dx} \tag{4}$$

Argument der Dirichletform $\mathcal{E}_P(f,f) := \int_K h\ d\mu$:

$$h(x) = \frac{1}{2\,\mathrm{Vol}_n\, B(x,\delta)\cap K}\int_{B(x,\delta)\cap K}(f(x)-f(y))^2 dy \tag{5}$$

Negation der Poincare-Ungleichung:

$$\mathcal{E}_P(f,f)\ <\ \lambda\cdot \mathrm{Var}_\mu f \tag{6}$$

Charakteristikum »schlechter Mengen«:

$$\frac{\int_M h\ d\mu}{\int_M (f-\overline{f})^2 d\mu} \tag{7}$$

Behauptung 2 im Beweis der Poincare-Ungleichung:

$$\int_{K_0} h \, d\mu < \frac{1}{10} \int_{K_0} (f - \overline{f})^2 d\mu \tag{8}$$

Gleichungen zum Beweisabschluss:

$$\mathrm{Vol}_n \, I \geq 0,2 \cdot \mathrm{Vol}_n \, B(0, \delta) \tag{9}$$

$$I \subseteq B(x, \delta) \cap K \qquad \text{für alle } x \in K_0 \tag{10}$$

# 3 Literatur


- Jerrum, Mark mit Alex Below und Christoph Ambühl:
  Lecture Notes of "Counting, sampling and integrating: algorithms and complexity", Kapitel 6.
  *homepages.inf.ed.ac.uk/mrj/ETHbook/chap6.ps*
- Feller, William:
  An Introduction to Probability Theory and its Applications Vol I, 2nd Edition.
  Wiley, 1964, New York.